

等效窗口法评估卫星测高重力异常的空间分辨率

雷受旻

本文方法提出于 1985 年,后又于 2014 年经实际数据对比检验,对当时的卫星测高数据的空间分辨率和精度给予了评价。通过实际数据评测,给出了海洋卫星测高数据精度相当于测线上 10km 窗口平均值、精度约为 2mGgal 的结论,支撑了相关编图工作。

1. 航段等效窗口示例

(1) 从一条测线上截取位于 $143.333^{\circ}\text{E}/38.836^{\circ}\text{N}$ — 40.105°N 的一个正南北向海测航段,长度 156km、测点 323 个、平均点距 0.485km,航速航向保持稳定。

(2) 在该航段中每个测点上计取 11 个窗口平均值及其与该点卫星重力值之互差。

(3) 利用每一窗口内各个测的互差计算标准差,见表 1、图 1。

(4) 利用表中窗口长 X 和标准差 Y ,拟合出 2 次方程(即图上曲线),然后求出其极小点 11.17km 和极小值 2.563mgl,称之为“航段等效窗口”。

表 1

序号 j	1	2	3	4	5	6
窗口长 km	0	2.5	5.0	7.5	10.0	12.5
标准差	3.298	3.146	2.827	2.636	2.580	2.581
序号 j	7	8	9	10	11	航段等效窗口
窗口长 km	15.0	17.5	20.0	22.5	25.0	11.7
标准差	2.648	2.811	3.054	3.329	3.65	2.563

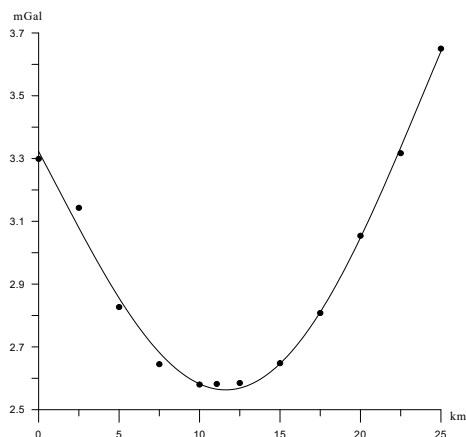


图 1

针对上述特点,鉴于我们只是希望得到一种“概念性”论断,故在资料

的实际处理中只用 5 个 5km 窗口—5、10、15、20、25km，并直接采用其中均方差最小的窗口作为该“航段等效窗口”。

2. 卫星测高重力异常的等效窗口统计

（1）实际资料

在图 2 所示海域收集了 45.1 万 km 重力测线，从中截取 3357 个航段，见表 2。

表 2 重力测线资料

海域	长度 km	测点数	航段数	资料来源
北幅	274973	545481	2171	美国地球物理数据中心
南幅	176047	357824	1176	
合 计	451020	903305	3357	

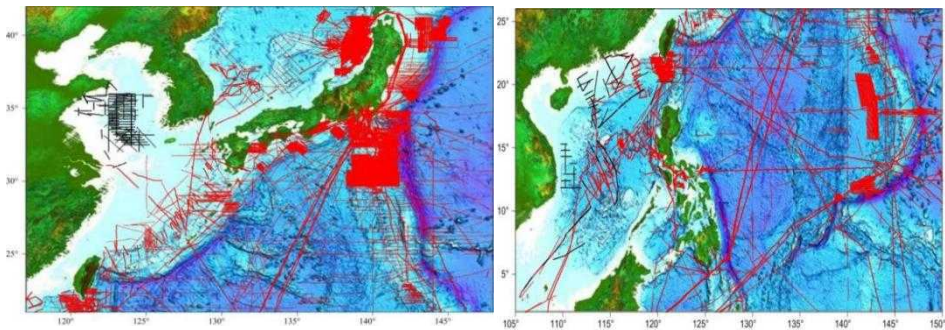


图 2 测线分布图（左：北幅，右：南幅）

表 3 卫星测高重力异常资料

资料名称	节点网格距	资料来源	年份
ENG	0.05°	英国 Getech 公司	2013
SS22	0.05°	美国 Scripps 海洋研究所	2014

（2）航段等效窗口和图幅平均等效窗口

表 4、表 5 系英国 EGM 和美 SS22 卫星测高重力异常等效窗口的统计结果。例：表 4 北幅共 2171 个航段，其中等效窗口 5km 的航段有 556 个（频数），占 25.6%。用频率（占比）做权重得到北幅等效窗口平均长度 10.585km，标准差 3.502mGal。

表 4、表 5 的数据具备下述统计特征：英美两种数据在图 2 海域各种统计量均保持一致。

在图 2 所示的海域，英 EGM 数据大致相当于测线上 11km 窗口平均值，美 SS22S 数据大致相当于测线上 9km 窗口平均值。

表 4

卫星数据：ENG						航段等效窗口长度频率直方图
北幅 2171 航段 图幅等效窗口： 平均长度 10.585 km 标准差 3.502						
航段等效窗口	5km	10km	15km	20km	25km	
频数	556	1025	433	87	70	
频率	0.256	0.472	0.199	0.04	0.032	
累积频率	0.256	0.728	0.928	0.968	1	
南幅 1178 航段 图幅等效窗口： 平均长度 10.955 km 标准差 3.604						
航段等效窗口	5km	10km	15km	20km	25km	
频数	284	564	208	64	58	
频率	0.241	0.479	0.177	0.054	0.049	
累积频率	0.241	0.720	0.896	0.951	1.000	

表 5

卫星数据：SS22						航段等效窗口长度频率直方图
北幅 2171 航段 图幅等效窗口： 平均长度 8.345km 标准差 3.456						
航段等效窗口	5km	10km	15km	20km	25km	
频数	930	958	181	40	54	
频率	0.428	0.441	0.083	0.022	0.025	
累积频率	0.428	0.870	0.953	0.975	1	
南幅 1178 航段 图幅等效窗口： 平均长度 9.400 km 标准差 3.487						
航段等效窗口	5km	10km	15km	20km	25km	
频数	492	476	121	41	48	
频率	0.418	0.404	0.103	0.035	0.041	
累积频率	0.418	0.822	0.924	0.959	1.000	

(3) 前述统计未涉及航段方向，表 6 和表 7 系按照航段方位角统计的航段等效窗口长度。

表 6 英 EGM 按航段方位角统计

航段方位角	NNE 0- 45°	NEE 45- 90°	NNW 315- 0°	NWW 270-315°
段数	539	269	976	315
航段等效窗口	10.166	10.305	9.711	9.908
标准差	3.537	3.612	3.499	3.363
航段方位角	NNE 0-45°	NEE 45-90°	NNW 315 - 0°	NWW 270-315°
段数	319	179	358	264
航段等效窗口	9.619	10.315	10.186	10.121
标准差	2.979	3.609	4.185	3.569

表 7 美-SS22 按航段方位角统计

航段方位角	NNE 0° -45°	NEE 45° -90°	NNW 315° - 0°	NW 270° -315°
段数	542	273	979	321
等效窗口	8.528	8.799	7.780	8.320
标准差	3.430	3.837	3.399	3.353
航段方位角	NNE 0° - 45°	NEE 45° - 90°	NNW 315° -0°	NWW 270-315°
段数	321	184	362	263
等效窗口	8.048	8.965	8.328	8.423
标准差	2.798	3.616	3.994	3.540

表 8

互差项	平均值&英 EGM	平均值&-美 SS22	英 EGM&美 SS22
北幅标准差	3.502	3.456	3.032
南幅标准差	3.504	3.487	3.016
数据项	等效窗口平均值	英-EGM	美-SS22
北幅标准差	2.74	2.18	2.11
南幅标准差	2.77	2.11	2.12

由表 6、表 7 可见，两种资料在南北海域等效窗口的长度和标准差在各个方位均保持一致。说明卫星测高重力异常“各向同性”。

3. 卫星测高重力异常精度评价

表 4—表 7 中的“标准差”都是两数据“互差”的标准差，将其用“3

观测列方差分解法”（见附录）分解得到表 8。

英 EGM 数据的精度（标准差）：北幅 2.18mgl，南幅 2.11mgl。美 SS22S 数据的精度：北幅 2.11mgl，南幅 2.12mgl。由表 8 可见，英美两种数据在南北海域精度均约 2mgl。

4. 结论

综合前述计算成果，可以做出如下概念性判断：英美两项卫星测高重力异常数据的空间分辨率和精度，可以满足比例尺 1:100 万、等值线距 5mgl 空间重力异常图的编图需要。

附录：3 观测列方差分解法

在 n 个测点上有 3 组独立测量值构成“3 观测列”。可以根据实测值计算两两互差的方差 ε_{12}^2 、 ε_{13}^2 和 ε_{23}^2 ，然后利用式 (1)、式 (2)、式 (3)，分解出 3 组观测列各自的方差。

$$\varepsilon_1^2 = (\varepsilon_{12}^2 + \varepsilon_{13}^2 - \varepsilon_{23}^2) / 2 \quad (1)$$

$$\varepsilon_2^2 = (\varepsilon_{12}^2 + \varepsilon_{23}^2 - \varepsilon_{13}^2) / 2 \quad (2)$$

$$\varepsilon_3^2 = (\varepsilon_{13}^2 + \varepsilon_{23}^2 - \varepsilon_{12}^2) / 2 \quad (3)$$

公式推导：

在测点 i 上第一次观测的重力值 Δg_{1i} 由该点重力场的真值 Δg_{0i} 、观测的系统误差 $\overline{\Delta_1}$ 和偶然误差 δ_{1i} 共 3 项组成。

$$\Delta g_{1i} = \Delta g_{0i} + \overline{\Delta_1} + \delta_{1i}$$

第二次观测时第一项不变，后两项不同，即

$$\Delta g_{2i} = \Delta g_{0i} + \overline{\Delta_2} + \delta_{2i}$$

因此两者之互差为

$$\Delta_{12i} = \Delta g_{1i} - \Delta g_{2i} = \overline{\Delta_1} - \overline{\Delta_2} + \delta_{1i} - \delta_{2i}$$

对 n 点求和

$$\sum_i \Delta_{12i} = n(\overline{\Delta_1} - \overline{\Delta_2}) + \sum_i \delta_{1i} - \sum_i \delta_{2i}$$

偶然误差作为正态分布随机变量，当样本较大时可视为

$$\sum_i \delta_{1i} = \sum_i \delta_{2i} = 0, \text{ 因此两次观测的系统误差的差值等于两观测值之差的}$$

$$\text{样本均值 } \overline{\Delta_{12}} = \overline{\Delta_1} - \overline{\Delta_2} = \sum_i \Delta_{12i} / n$$

$$\text{于是有 } \Delta_{12i} - \overline{\Delta_{12}} = \delta_{1i} - \delta_{2i}$$

$$(\Delta_{12i} - \overline{\Delta_{12}})^2 = \delta_{1i}^2 + \delta_{2i}^2 - 2\delta_{1i}\delta_{2i}$$

对 n 个测点求和

$$\sum_i (\Delta_{12i} - \overline{\Delta_{12}})^2 = \sum_i \delta_{1i}^2 + \sum_i \delta_{2i}^2 - 2 \sum_i \delta_{1i} \delta_{2i}$$

两次观测是独立进行的，故上式中的协方差项为 0

$$\sum_i \delta_{1i} \delta_{2i} = 0$$

令 ε_{12} 为两观测值互差的标准差， ε_1 、 ε_2 分别为第一次和第二次观测的标准差，即

$$\varepsilon_{12} = \pm \sqrt{\sum_i \Delta_{12i}^2 / (n-1)}$$

$$\varepsilon_1 = \pm \sqrt{\sum_i \delta_{1i}^2 / (n-1)}$$

$$\varepsilon_2 = \pm \sqrt{\sum_i \delta_{2i}^2 / (n-1)}$$

于是得到

$$\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 = \varepsilon_{12}^2$$

在证明过程中唯一前提条件是“独立观测”，亦即协方差为 0。“独立观测”的充要条件是后一次测量的偶然误差 δ_{2i} 的正、负、大、小与同点上前次测量的偶然误差 δ_{1i} 无关。这个条件在我们所涉及的数据之间是必然能够满足的。